

文章编号 1004-924X(2007)06-0835-06

变形高阶贝塞尔光束的传播和自成像效应

于永江,陈建农,郝金光,王德华

(鲁东大学,物理与电子工程学院,山东烟台264025)

摘要:从产生高阶贝塞尔光束的典型光路着手,通过将高阶贝塞尔光束分解为高阶贝塞尔余弦光束和高阶贝塞尔正弦光束,利用柱坐标下的Collins公式,分析了变形高阶贝塞尔光束的解析表达式和在自聚焦透镜中的传播。得到了变形高阶贝塞尔光束的一般解析表达式,自由空间的自成像过程,和在自聚焦透镜中传播的特点以及它们在高阶贝塞尔余弦光束和高阶贝塞尔正弦光束波数横向分量差异为0.005 K时的数值模拟。结果证实了变形高阶贝塞尔光束具有无衍射特性及自成像效应。

关键词:变形高阶贝塞尔光束;自成像效应;自聚焦透镜;光传播

中图分类号:TN241;O437.5 **文献标识码:**A

Propagation and self-imaging effect of deformed high-order Bessel beam

YU Yong-jiang, CHEN Jian-nong, HAO Jin-guang, WANG De-hua

(Department of Physics and Electronic Engineering, Ludong University, Yantai 264025, China)

Abstract: Based on the typical arrangement for generating high-order Bessel beam and decomposing it into high-order Bessel cosine beam and high-order Bessel sine beam, the analytical expression of a deformed high-order Bessel beam and its propagation properties in self-focusing lens were analyzed using the Collins formula in cylindrical coordinate system. The general analytical expression of the deformed high-order Bessel beam and its propagation properties of in self-focusing lens self-imaging process in free space were obtained. The numerical simulation results were also given, when the difference of transverse component of wave number between high-order Bessel cosine beam and high-order Bessel sine beam was 0.005 K. Experimental results show that the deformed high-order Bessel beam is still nondiffracting beam with self-imageing effect in free space.

Key words: deformed high-order Bessel beam; self-imaging; self-focusing lens; light propagation

1 引言

1987年, Durnin等人证明了贝塞尔光束是标

量波动方程的解,并在实验上,利用环型孔径产生了第一个零阶贝塞尔光束^[1,2]。随后许多产生贝塞尔光束的方法陆续被报道^[3]。利用折射或衍射圆锥镜法^[4-7],具有较高的光能利用率。但用平面

收稿日期:2006-11-30;修订日期:2007-01-07.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No.10604045);校科研基金资助项目(No.20052801)

波或高斯光波照射圆锥镜只能形成零阶贝塞尔光束;用高阶拉盖尔高斯光束可以产生近似的高阶贝塞尔光束。全息光学元件方法^[8, 9]是另一种产生近似高阶贝塞尔光束的途径,但衍射效率较低,而且产生较高阶贝塞尔光束的全息图不易制作。

这些方法中,Durnin 等人的方法具有典型和简单的特点。但制作具有角向复透过率分布函数 $\exp(im\varphi)$ 的光学元件存在较大的困难。尽管,利用液晶空间光调制器可以对入射光附加一个角向连续变化的位相^[10],但变化范围只能在 $0\sim 2\pi$,因此,只能产生一阶贝塞尔光束。为此,Carlos Lopez-Mariscal 等人提出了利用 Mach-Zehnder 干涉仪的方法,分别制作具有余弦分布透过率函数 $\cos(m\varphi)$ 和正弦分布透过率函数 $\sin(m\varphi)$ 的环型孔径元件,并用相移板引入 $\pi/2$ 位相,再让它们相干叠加,这样就可以产生高阶贝塞尔光束^[11]。Carlos Lopez-Mariscal 等人的实验演示了用此方法产生的一阶贝塞尔余弦光束、一阶贝塞尔正弦光束以及相干叠加产生的一阶贝塞尔光束。但是,该方法也存在固有的缺陷,主要是两光束之间存在的参量差异会导致相干叠加后的光束对高阶贝塞尔光束的偏离,从而产生变形的高阶贝塞尔光束。

实验上,上述方法要产生理想的高阶贝塞尔光束可以说是不可能的。对于变形或近似的高阶贝塞尔光束已有一些研究报道^[12-18],但这些研究主要局限于径向受调制的高阶贝塞尔光束,如高阶贝塞尔高斯光束。由于贝塞尔光束是无衍射光束,而光束的无衍射特性具有许多潜在的应用,如激光通讯,激光准直,激光机械加工,光学微粒操控等领域。因此,高阶贝塞尔光束的变形和传播特性是一个值得关注的问题。

本文以 Carlos Lopez-Mariscal 等人的实验为例,讨论了变形高阶贝塞尔光束的一般形式和解析表达式,证明了它们的无衍射特性和自成像效应。然后利用柱坐标下的 Collins 公式,推导了该光束在自聚焦透镜介质中的传播规律,并进行了相关的分析,最后通过数值模拟演示了解析结果。

2 变形高阶贝塞尔光束

为了便于引入贝塞尔光束变形的有关参数,这里先简要介绍贝塞尔无衍射光束的产生原理以

及 Carlos Lopez-Mariscal 等人的实验。

任意一个无衍射光束可以表示成连续或离散的无数或有限平面波的叠加:

$$u(x, y, z) = \exp(ik_z z) \int_0^{2\pi} A(\varphi) \exp[ik_t(x \cos \varphi + y \sin \varphi)] d\varphi, \quad (1)$$

这里 $A(\varphi)$ 是连续或离散的角谱, $k_t = k \sin \theta_0$ 和 $k_z = k \cos \theta_0$ 分别是横向和纵向的波矢量分量, $k = 2\pi/\lambda$, λ 为波长。式(1)表示波矢量位于半角 $\theta_0 = \arccos(k_z/k)$ 的锥面上的平面波的相干叠加。当角谱 $A(\varphi) = \exp(im\varphi)$ 时,平面波叠加的结果为 m 阶贝塞尔光束:

$$u(\rho, \varphi, z) = J_m(k_t \rho) \exp(im\varphi) \exp(ik_z z), \quad (2)$$

当 $m=0$ 时,上述表示的光束为零阶贝塞尔光束。式(2)表示的高阶贝塞尔光束可以分解为如下表所示的高阶贝塞尔余弦光束和高阶贝塞尔正弦光束的相干叠加。

$$u(\rho, \varphi, z) = J_m(k_t \rho) \cos(m\varphi) \exp(ik_z z) + i J_m(k_t \rho) \sin(m\varphi) \exp(ik_z z), \quad (3)$$

上式中复数 i 可以表示为 $\exp(i\pi/2)$ 。因此, i 表示两束光之间存在一个总的相位差 $\pi/2$ 。理论上,式(3)说明,如果能引入两束光之间的相位差 $\pi/2$,则高阶贝塞尔光束可以通过叠加高阶贝塞尔余弦光束和高阶贝塞尔正弦光束产生。

图 1 为 Carlos Lopez-Mariscal 等人的实验装置。 T_1, T_2 分别是具有透过率 $\cos(m\varphi)$ 和 $\sin(m\varphi)$ 的两个环形孔径,它们均位于透镜 L 的焦平面处。相移板插入干涉仪的一臂中,通过仔细调整倾角,可以产生一个 $\pi/2$ 的相位延迟。透镜 L 后面的叠加区域即可产生一个高阶贝塞尔光束。

但由于实验制作与调整中引入的误差,在叠加区域产生的光束往往是一个变形的高阶贝塞尔光束。例如两束光之间的总的相位差,可能会因为两个分束器之间光程不同而不同,或由移相板倾角的调整误差而产生。假定两束光之间总的相位差为 $\phi + \pi/2$,就会引入一个导致变形的附加相因子 ϕ 。两臂中放置的环形孔径半径的差异,可能导致平面波所处的圆锥面半锥角的差异,从而导致波矢量径向与横向分量的差异。对于环形孔径透过率函数 $\cos(m\varphi)$ 和 $\sin(m\varphi)$,要求 φ 的起始位置叠加后在同一方位角上。但是这在调整上也会引入误差。另外环形孔径都有一定的厚度,两者厚度的差异也会导致透过率函数角分布的附加

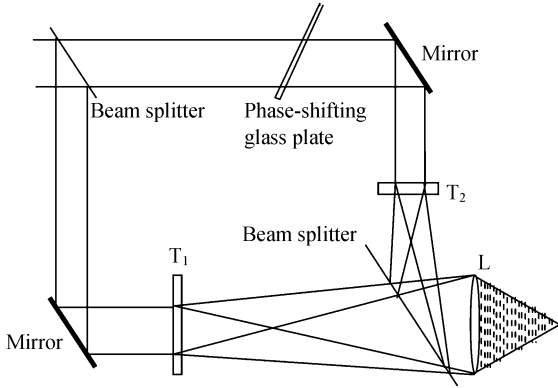
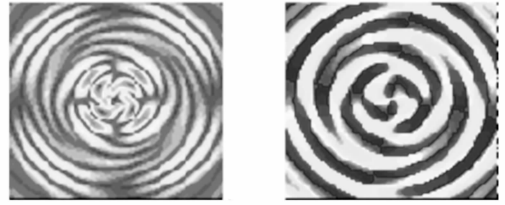


图 1 Carlos Lopez-Mariscal 等人用于产生高阶贝塞尔光束的实验装置

Fig. 1 Carlos Lopez-Mariscal *et al.*'s experimental setup for producing high-order Bessel beam



(c) Bessel beam
(c) 贝塞尔光束

图 2 变形二阶贝塞尔光束的横向振幅和相位分布
Fig. 2 Transverse amplitude and phase distribution of modified second-order Bessel beam

误差。综合考虑上述调整误差,可以将变形后的高阶贝塞尔光束表示成下列一般形式:

$$u(\rho, \varphi, z) = J_m(k_{ic}\rho) \cos(m(\varphi + \Delta\varphi_1)) \exp(ik_{iz}z) + iJ_m(k_{is}\rho) \sin(m(\varphi + \Delta\varphi_2)) \exp(i\phi) \exp(ik_{iz}z), \quad (4)$$

为了模拟变形高阶贝塞尔光束的横向振幅和位相分布,考虑近轴情况,设定下列参数:取 He-Ne 激光波长 $\lambda = 6.328 \times 10^{-5}$ cm, $m = 2$, $k_{ic} = 0.01k$, $k_{is} = \sqrt{k^2 - k_{ic}^2}$, $k_{is} = 0.015k$, $k_{is} = \sqrt{k^2 - k_{is}^2}$, $\Delta\varphi_1 = \pi/6$, $\Delta\varphi_2 = \pi/15$, $\phi = \pi/6$ 。图 2(a), (b), (c) 分别

3 无衍射特性和自成像效应

对于式(4)所表示的变形高阶贝塞尔光束,等式右边两项可分别表示为:

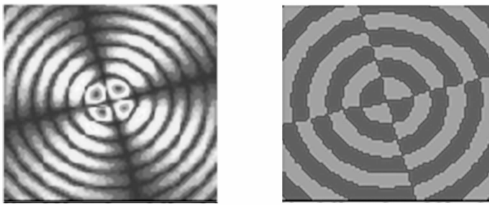
$$u_c(\rho, \varphi, z) = \frac{1}{2} \exp(im\Delta\varphi_1) J_m(k_{ic}\rho) \exp(im\varphi) \exp(ik_{iz}z) + \frac{1}{2} \exp(-im\Delta\varphi_1) J_m(k_{ic}\rho) \exp(-im\varphi) \exp(ik_{iz}z), \quad (5)$$

$$u_s(\rho, \varphi, z) = \frac{1}{2i} \exp(im\Delta\varphi_2) J_m(k_{is}\rho) \exp(im\varphi) \exp(ik_{iz}z) - \frac{1}{2i} \exp(-im\Delta\varphi_2) J_m(k_{is}\rho) \exp(-im\varphi) \exp(ik_{iz}z), \quad (6)$$

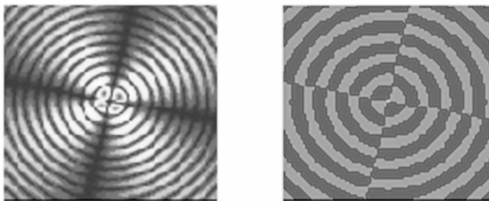
从式(5)和式(6)可以看出,变形的贝塞尔余弦光束,贝塞尔正弦光束,都是方位角反向分布的两个高阶贝塞尔光束($m, -m$)附加一个常数位相因子后的叠加。因此它们都分别是无衍射光束。而变形贝塞尔余弦光束和变形贝塞尔正弦光束的进一步叠加构成的变形贝塞尔光束也应为无衍射光束。

考察变形贝塞尔光束强度分布沿 z 轴的变化。从式(4)可以得出:

$$I(\rho, \varphi, z) = J_m^2(k_{ic}r) \cos^2[m(\varphi + \Delta\varphi_1)] + J_m^2(k_{is}r) \sin^2[m(\varphi + \Delta\varphi_2)] + 2J_m(k_{ic}r) J_m(k_{is}r) \cos[m(\varphi + \Delta\varphi_1)] \times \sin[m(\varphi + \Delta\varphi_2)] \cos[(k_{is} - k_{ic})z + \phi + \frac{\pi}{2}], \quad (7)$$



(a) Bessel cosine beam
(a) 贝塞尔余弦光束



(b) Bessel sine beam
(b) 贝塞尔正弦光束

显然, $I(\rho, \varphi, z)$ 的大小沿 z 轴呈周期性变化。因此, 变形高阶贝塞尔光束具备自成像特性。自成像周期为 $Z_0 = 2\pi/(k_{zs} - k_{zr})$ 。 Z_0 与 $k_{zs} - k_{zr}$ 成反比。当变形贝塞尔余弦光束和变形贝塞尔正弦光束没有波数分量差异时, 叠加而成的变形贝塞尔光束就不再具备自成像特性。或者说自成像周期趋于无穷大。图 3(a), (b), (c), (d), (e), (f) 分别为二阶变形贝塞尔光束在 $z=0, z=0.25Z_0, z=0.5Z_0, z=0.75Z_0, z=0.9Z_0, z=Z_0$ 时的光强分布。其中 $k = 9.92 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$, $k_{zr} = 0.01k$, $k_{zs} = 0.015k$, $k_{zs} = \sqrt{k^2 - k_{zr}^2}$, $k_{zr} = \sqrt{k^2 - k_{zs}^2}$, $\phi = \pi/6$, $\Delta\varphi_1 = \pi/6$, $\Delta\varphi_2 = \pi/15$ 。

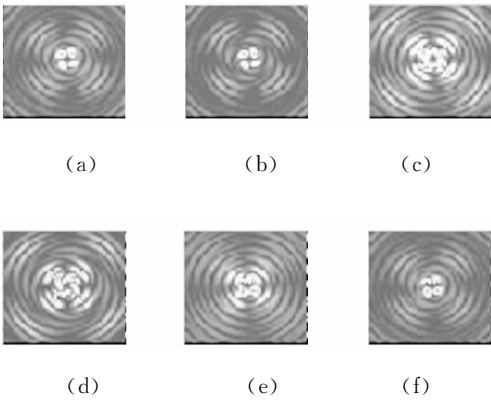


图 3 变形二阶贝塞尔光束的自成像过程

Fig. 3 Self-imaging process of deformed second-order Bessel beam

4 变形高阶贝塞尔光束在自聚焦透镜中的传播

折射率径向呈二次分布的介质, 在光束传输、耦合、变换等方面有着重要的应用^[19]。自聚焦透镜就是一段有一定长度、折射率径向呈二次分布轴对称的光学元件。激光谐振腔内的激活介质在泵浦源的作用下, 由于热效应也导致折射率沿径向的二次分布变化^[20]。由于热透镜效应也非常普遍地存在于固体激光器中, 因此, 研究变形高阶贝塞尔光束在自聚焦透镜中的传播具有重要的现实意义。

折射率径向呈二次分布的介质称之为类透镜介质, 因为对入射光束有周期性的聚焦和发散作用。假定:

$$n(\rho) = n_0 \left(1 \pm \frac{1}{2} \beta^2 \rho^2 \right), \quad (8)$$

上式中取正号, 该类介质相当于负透镜; 取负号, 则该类介质相当于正透镜。在类透镜介质中传播距离 z 时的变换矩阵为:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\beta z) & \frac{1}{\beta} \sin(\beta z) \\ -\beta \sin(\beta z) & \cos(\beta z) \end{pmatrix}, \quad (9)$$

假定类透镜介质输入端位于 $z=0$ 的平面, 则根据柱坐标下的 Collins 公式, 经过传播距离 z 后的复光场为:

$$u_2(\rho_2, \varphi_2, z) = -\frac{i}{\lambda B} e^{iKz} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} u_1(\rho_1, \varphi_1, z=0) \times \exp \left\{ \frac{ik}{2B} [A\rho_1^2 - 2\rho_1\rho_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + D\rho_2^2] \right\} \rho_1 d\rho_1 d\varphi_1, \quad (10)$$

当输入光束为变形高阶贝塞尔光束时, 输出为:

$$u_2(\rho_2, \varphi_2, z) = -\frac{i}{\lambda B} e^{iKz} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} [J_m(k_r \rho_1) \cos(m(\varphi_1 + \Delta\varphi_1)) + iJ_m(k_s \rho_1) \sin(m(\varphi_1 + \Delta\varphi_2))] \exp(i\phi) \times \exp \left\{ \frac{ik}{2B} [A\rho_1^2 - 2\rho_1\rho_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + D\rho_2^2] \right\} \rho_1 d\rho_1 d\varphi_1, \quad (11)$$

利用下列级数表示和积分公式^[21]

$$\exp(iz \cos \varphi) = J_0(z) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} i^k J_k(z) \cos(k\varphi), \quad (12)$$

$$\int_0^{+\infty} x \exp(-\epsilon x^2) J_m(\alpha x) J_m(\beta x) dx = \frac{1}{2\epsilon} \exp\left(-\frac{\alpha^2 + \beta^2}{4\epsilon}\right) I_m\left(\frac{\alpha\beta}{2\epsilon}\right), \quad (13)$$

当 $B \neq 0$ 时, 可得到:

$$u_2(\rho_2, \varphi_2, z) = \frac{1}{A} \exp(ikz) \cos[m(\varphi_2 + \Delta\varphi_1)] \exp\left(\frac{ikD\rho_2^2}{2B}\right) \times \exp\left[-\left(\frac{B^2 k_r^2 + k^2 \rho_2^2}{2kAB}\right)i\right] J_m\left(\frac{k_r \rho_2}{A}\right) + \frac{i}{A} \exp(ikz) \sin[m(\varphi_2 + \Delta\varphi_2)] \exp\left(\frac{ikD\rho_2^2}{2B}\right) \times \exp\left[-\left(\frac{B^2 k_s^2 + k^2 \rho_2^2}{2kAB}\right)i\right] \exp(i\phi) J_m\left(\frac{k_s \rho_2}{A}\right), \quad (14)$$

当 $B=0$ 时, 即 $\beta z = n\pi$, n 为整数, 根据 $AD - BC = 1$, 可以得到:

$$u_2(\rho_2, \varphi_2, z) = \frac{1}{A} \exp(ikz) \cos[m(\varphi_2 + \Delta\varphi_1)] \exp\left(\frac{ikC\rho_2^2}{2A}\right) J_m\left(\frac{k_c\rho_2}{A}\right) + \frac{i}{A} \exp(ikz) \sin[m(\varphi_2 + \Delta\varphi_2)] \exp\left(\frac{ikC\rho_2^2}{2A}\right) \exp(i\phi) J_m\left(\frac{k_s\rho_2}{A}\right), \quad (15)$$

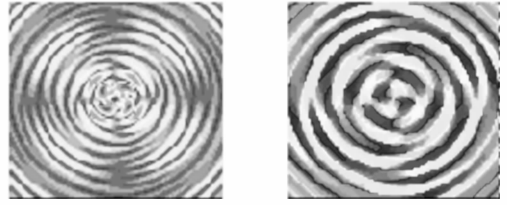
将 ABCD 矩阵元代入(14)式和(15)式得到 $B \neq 0$ 时有:

$$u_2(\rho_2, \varphi_2, z) = \frac{1}{\cos(\beta z)} \exp(ikz) \cos[m(\varphi_2 + \Delta\varphi_1)] \exp\left(\frac{ik\rho_2^2\beta}{2\tan(\beta z)}\right) \times \exp\left[-\left(\frac{B^2 k_c^2 + k^2 \rho_2^2}{2k \sin(\beta z) \cos(\beta z)}\right) \beta i\right] J_m\left(\frac{k_c \rho_2}{\cos(\beta z)}\right) + \frac{i}{\cos(\beta z)} \exp(ikz) \sin[m(\varphi_2 + \Delta\varphi_2)] \exp\left(\frac{ik\rho_2^2\beta}{2\tan(\beta z)}\right) \times \exp\left[-\left(\frac{\sin^2((\beta z)k_s^2) + k^2 \rho_2^2}{k\beta \sin(2\beta z)}\right) i\right] \exp(i\phi) J_m\left(\frac{k_s \rho_2}{\cos(\beta z)}\right) \quad (16)$$

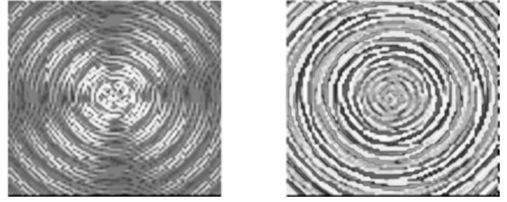
而 $B=0$ 时, 有

$$u_2(\rho_2, \varphi_2, z) = \frac{1}{\cos(\beta z)} \exp(ikz) \cos[m(\varphi_2 + \Delta\varphi_1)] \exp\left(\frac{-ik\rho_2^2\beta \tan(\beta z)}{2}\right) J_m\left(\frac{k_c \rho_2}{\cos(\beta z)}\right) + \frac{i}{\cos(\beta z)} \exp(ikz) \sin[m(\varphi_2 + \Delta\varphi_2)] \exp\left(\frac{ik\rho_2^2\beta \tan(\beta z)}{2}\right) \exp(i\phi) J_m\left(\frac{k_s \rho_2}{\cos(\beta z)}\right), \quad (17)$$

从式(16)和式(17)可以看到, 两式右边第一项仍为贝塞尔余弦光束, 第二项仍为贝塞尔正弦光束, 只是径向分布尺度和振幅发生了变化。因此, 其叠加后的横向分布也应保持不变, 它们是无衍射光束。为了直观地显示横向振幅和位相分布随传播距离的变化情况, 令 $z_0 = 2\pi/\beta$, 数值模拟了不同距离的传播结果, 如图 4(a), (b), (c) 所示。



(b) $z = 0.6z_0$



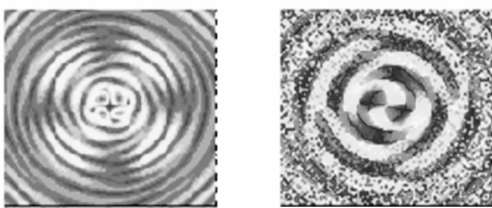
(c) $z = 0.7z_0$

图 4 在类透镜介质中传播不同距离后的变形二阶贝塞尔光束的横向振幅和相位分布. 参数如下: $k = 9.92 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$, $k_c = 0.01k$, $k_s = 0.015k$, $\beta = 0.1 \text{ cm}^{-1}$, $\phi = \pi/6$, $\Delta\varphi_1 = \pi/6$, $\Delta\varphi_2 = \pi/15$

Fig. 4 Transverse amplitude and phase distribution of deformed second-order Bessel beam after propagation in a lens-like medium. The parameters are as follows: $k = 9.92 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$, $k_c = 0.01k$, $k_s = 0.015k$, $\beta = 0.1 \text{ cm}^{-1}$, $\phi = \pi/6$, $\Delta\varphi_1 = \pi/6$, $\Delta\varphi_2 = \pi/15$

5 结 论

本文从分析 Carlos Lopez-Mariscal 等人产生高阶贝塞尔光束的实验装置的调整误差入手, 得出了变形高阶贝塞尔光束的一般解析表达式, 分析了变形高阶贝塞尔光束的无衍射特性和自成像效应。利用柱坐标下的 Collins 公式, 推导了变形高阶贝塞尔光束在 ABCD 光学系统中传播的规律, 并将结果应用于折射率径向呈二次分布的自聚焦透镜。给出了高阶贝塞尔余弦光束和高阶贝塞尔正弦光束波数 k 横向分量差异为 $0.005k$ 时的数值模拟。结果表明: 变形高阶贝塞尔光束虽然已不再是贝塞尔函数分布, 但同样具有贝塞尔光束的无衍射光束特性和自成像效应。这些结果对贝塞尔光束和自聚焦透镜的应用是有参考价值的。



(a) $z = 0.5z_0$

参考文献:

- [1] DURNIN J, Exact solutions for nondiffracting beams, I. the scalar theory[J], *J. Opt. Soc. Am. A*, 1987, 4: 651-654.
- [2] DURNIN J, MICELY J J, EBERLY J H, Diffraction-free beams[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, 58: 1499-1501.
- [3] 周莉萍, 赵斌. 无衍射光束理论与实现[J]. *光学精密工程*, 1997, 5(4): 14-19.
ZHOU L P, ZHAO B. Theory and realization of nondiffracting beam[J]. *Opt. Precision Eng.*, 1997, 5(4): 14-19. (in Chinese)
- [4] INDEBETOUW G. Nondiffracting optical fields: some remarks on their analysis and synthesis[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1989, 6: 150-152.
- [5] SCOTT G, MCARDLE N. Efficient generation of nearly diffraction-free beam using an axicon[J]. *Opt. Eng.*, 1992, 31: 2640-2643.
- [6] MCLEOD J H. The axicon: a new type of optical element[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1954, 44: 592-597.
- [7] ARLT J, DHOLAKIA K. Generation of high-order Bessel beams by use of an axicon[J]. *Opt. Commun.*, 2000, 177: 297-301.
- [8] TURUNEN J, VASARA A, FRIBERG A T. Holographic generation of diffraction-free beams[J]. *Appl. Opt.*, 1988, 27: 3959-3962.
- [9] VASARA A, TURUNEN J, FRIBERG A T. Realization of general nondiffracting beams with computer-generated holograms[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1989, 6: 1748-1754.
- [10] CURTIS J E, GRIER D G. Modulated optical vortices[J]. *Opt. Lett.*, 2003, 28: 872-874.
- [11] CARLOS L M, JULIO C G V, SABINO C-C. Production of high-order Bessel beams with a Mach-Zehnder interferometer[J]. *Appl. Opt.*, 2004, 43: 5060-5063.
- [12] JULIO C G V, RODOLFO R M. Bessel-Gauss resonator with spherical output mirror: geometrical and wave-optics analysis[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2003, 20: 2113-2122.
- [13] LI Y, LEE H, WOLF E. New generalized Bessel-Gauss beams[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2004, 21: 640-646.
- [14] HERMAN R M, WIGGINS T A. Propagation and focusing of Bessel-Gauss, generalized Bessel-Gauss, generalized Bessel-Gauss, and modified Bessel-Gauss beams[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2001, 18: 170-176.
- [15] HERMAN R M, WIGGINS T A. Bessel-like beams modulated by arbitrary radial functions[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2000, 17: 1021-1032.
- [16] LI Y J, GUREVICH V, KRICHEVER M. Propagation of anisotropic Bessel-Gaussian beams: sidelobe control, mode selection, and field depth[J]. *Appl. Opt.*, 2001, 40: 2709-2721.
- [17] DING D S, LIU X J. Approximate description for Bessel, Bessel-Gauss, and Gaussian beams with finite aperture [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1999, 16: 1286-1293.
- [18] BELAFHAL A, DALIL-ESSAKALI L. Collins formula and propagation of Bessel-modulated Gaussian light beams through an ABCD optical system[J]. *Opt. Commun.*, 2000, 177: 181-188.
- [19] 金龙文, 郝寅雷, 王岩, 等. 光通讯用自聚焦透镜的制备[J]. *光学精密工程*, 2002, 10(5): 483-486.
JIN L W, HAO Y L, WANG Y, *et al.*. Preparation of a self-focusing lens for optical communication[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2002, 10(5): 483-486. (in Chinese)
- [20] 马莹, 王成, 缪同群. VCSEL 直接倍频蓝光固态激光器的研究[J]. *光学精密工程*, 2005, 13(3): 253-259.
MA Y, WANG CH, MIAO T Q. Blue laser by direct frequency doubling of VCSEL[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2005, 13(3): 253-259. (in Chinese)
- [21] GRADSBTEYN I S, RYZBIK L M. *Table of Integrals, Series, and Products* [M]. Elsevier (Singapore) Pte. Ltd., 2004.